

**Soluție pentru 13 puncte (complexitate  $O((m+n)^2)$ )**

Cel mai îndepărtat punct de la șosete este unul din cele 4 colțuri ale dreptunghiului, pe care o vom nota cu **d**. Vom parcurge toate romburile de distanță **d**, **d-1**, **d-2**, ... și numărând pozițiile valide, ne vom opri la distanța respectivă.

**Soluție pentru 45 - 55 de puncte (complexitate  $O(\sqrt{k})$ )**

Observăm că fiecare linie este alcătuită dintr-o secvență de numere strict descrescătoare, cuprinsă între coloana 1 și coloana B și o secvență de numere strict crescătoare cuprinsă între coloana B + 1 și coloana M.

Să notăm distanțele din cele 4 colțuri ale matricei  $d_1$  (stânga-sus),  $d_2$  (stânga-jos),  $d_3$  (dreapta-sus),  $d_4$  (dreapta jos). Vom avea un șiruri descrescătoare  $[d_1 \dots a]$ ,  $[d_1 - 1 \dots a - 1] \dots [d_1 - a + 1 \dots 1]$   $[d_2 \dots n - a]$ ,  $[d_2 - 1 \dots n - a - 1] \dots [d_2 - n - a + 1 \dots 1]$  și șirurile crescătoare  $[a \dots d_3]$ ,  $[a - 1, d_3 - 1] \dots [1 \dots m - b] \dots$

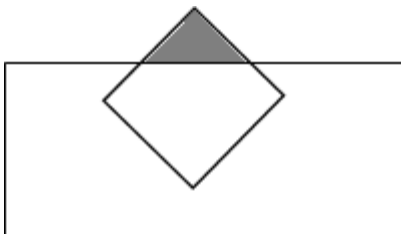
Se începe cu distanța maximă. Cât timp numărul de tricouri așezate nu depășește  $k$  se determină câte șiruri încep cu valoarea  $d$ , se adună aceste valori, apoi se încearcă distanța  $d - 1$ .

**Soluție pentru 90 de puncte (complexitate  $O(\log(n+m))$ )**

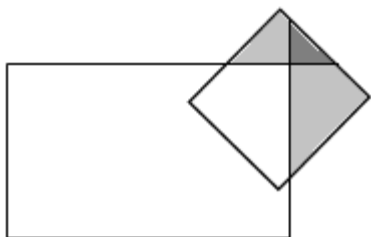
Din punct de vedere grafic, observăm, că toate punctele la distanță **k** de punctul **(a,b)** se află așezate în formă de **romb**. Coordonatele acestor puncte sunt **(a+x, b+y)**, cu  **$\text{abs}(x) + \text{abs}(y) = k$** .

Observăm că dacă nu luăm în calcul restricțiile dreptunghiului, atunci numărul de puncte la distanță **k** este egal cu  $4 \cdot k$ . Deci numărul punctelor la distanță mai mică sau egală cu **k** va fi  $4 \cdot (1+2+3+\dots+k) = 2 \cdot k \cdot (k+1)$ .

Nu toate punctele ale rombului sunt poziții valide. Dacă ținem cont de restricțiile impuse de dimensiunea dreptunghiului, vom observa, că numărul locurilor „neadmise” de o latură a dreptunghiului este suma de numere impare:  $1+3+5+\dots+(2p-1) = p^2$ . Reprezentând grafic, obținem forma unui triunghi dreptunghic isoscel așezat pe ipotenuză.



În cazul în care punctele rombului sunt limitate de două laturi ale dreptunghiului. Atunci locurile „neadmise” de cele două laturi pot avea elemente comune. Reprezentând grafic, aceste puncte comune, formează un triunghi dreptunghic așezat pe o catetă. Numărul punctelor din această zonă este de forma:  $1+2+3+\dots+q = q \cdot (q+1) / 2$ .



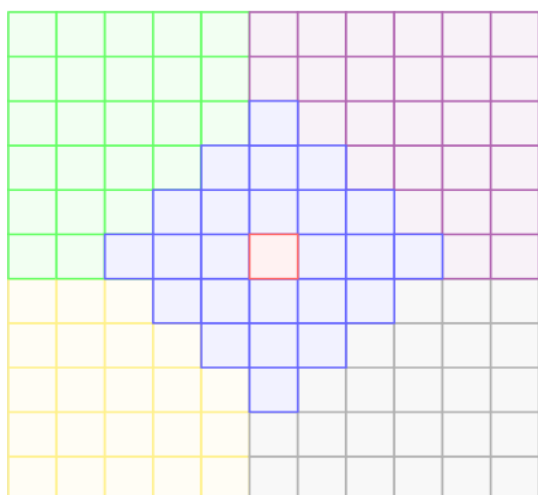
Aceste zone se identifică foarte ușor. Folosind principiul includerii și excluderii putem afla numărul punctelor ce se află la distanță mai mic sau egală decât  $k$  în  $O(1)$  cu ajutorul formulelor de mai sus.

Întrucât problema cere numărul punctelor la distanță cât mai îndepărtată, vom folosi căutare binară pentru a găsi punctele definite mai sus, iar  $m \cdot n - k - 1$  este numărul punctelor la care trebuie să ne referim pentru a da răspuns problemei.

Rezolvarea problemei nu necesită folosirea tablourilor.

### Soluție pentru 90 de puncte (complexitate $O(\log(n+m))$ )

O altă abordare este să numărăm complementul soluției precedente, adică punctele dinafara rombului, dar care se afla în dreptunghi. Pentru ușurime, vom împărți dreptunghiul în 4 cadrane în funcție de poziția sosetelor, așa cum arată în imagine:

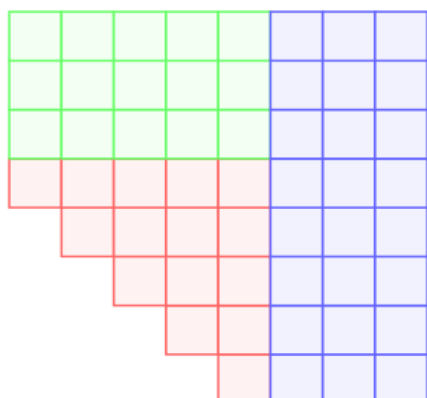


Legenda:

- roșu = celula sosetelor
- albastru = rombul determinat de variabila căutată binară,  $k$
- verde = cadranul 1
- violet = cadranul 2
- gri = cadranul 3
- galben = cadranul 4

Cu puțină atenție, putem rezolva independent cadranele. În cadrul unui cadran vom număra celulele care nu fac parte din romb albastru. Se observă că figura după ce eliminăm acele celule va fi un dreptunghi sau trapez, dar cel din urmă este doar un caz particular al celui lalt.

Pentru a calcula numărul de celule din trapez, îl vom împărți ca în următorul grafic:



Regiunile verzi și albastre vor fi două dreptunghiuri, ale căror număr de celule este ușor de aflat, iar regiunea roșie este un triunghi dreptunghic; pentru acesta trebuie să calculăm suma primelor  $p$  numere naturale.