

Problema 1 : conexidad

Autor: Mihai Calancea

- Numărul minim de muchii necesare pentru a conecta graful este $C - 1$, unde C este numărul de componente conexe. Componentele conexe se pot determina printr-o parcurgere în lățime sau în adâncime.
- Observăm că este posibil întotdeauna să conectăm componentele într-un lanț, selectând câte un nod din fiecare componentă iar apoi legând aceste noduri secvențial.
- Această construcție produce o valoare **max_extra** cel mult egală cu 2. Valoarea lui **max_extra** nu poate fi niciodată 0, deci în continuare rămâne să analizăm cazurile în care este posibil să obținem **max_extra** = 1.
- Observăm că dacă toate componentele conexe au mărime cel puțin 2, este posibil să le legăm în lanț cu valoarea **max_extra** = 1, folosind pentru fiecare componentă două noduri diferite pentru a duce muchia către componenta precedentă, respectiv către componenta următoare. Rămâne să analizăm cazul componentelor de mărime 1 (numite și noduri izolate).
- La modul general, o soluție care urmărește **max_extra** = 1 nu va duce muchie între două noduri izolate, fiindcă conectarea ulterioară a acestora cu restul grafului va adăuga sigur o a doua muchie cel puțin unuia dintre noduri. Excepție face graful alcătuit din doar două noduri, ambele izolate.
- În consecință, dorim să conectăm nodurile izolate cu componente mari (de mărime cel puțin 2) prin noduri ale acestor componente care nu au fost încă folosite pentru a duce muchii.
- Având B componente mari, exact $2 * (B - 1)$ noduri ale acestora vor fi folosite pentru a conecta componentele mari între ele. Restul nodurilor sunt considerate libere și pot fi legate cu noduri izolate. Dacă există suficiente noduri libere pentru a acoperi toate nodurile izolate, **max_extra** = 1, altfel **max_extra** = 2.
- Soluția poate fi implementată în timp $O(N + M)$, dar limitele datelor de intrare sunt suficient de mici pentru a oferi punctaj maxim unor soluții de complexitate $O(N^3)$ sau $O(N^2)$.