

Solutie Antivirus

Autori: Razvan Salajan, Alex Cociorva - Universitatea "Babes-Bolyai" Cluj-Napoca

Solutie $O(N^3)$

Putem sa ne gandim la urmatoarea dinamica:

$dp[i][j]$ = costul minim sa devirusam j elemente considerand doar primele i

Cand suntem la pasul i , putem sa consideram o secventa $[k..i]$ cu $k \leq i$ si sa devirusam toate elementele din acea secventa. Evident, putem face asta, doar daca avem un element nevirusat initial in acea secventa.

$dp[i][j] = \min(dp[i-1][j], dp[k-1][j - \text{num_elemente_virusate}] + \text{cost_elemente_virusate});$

Solutie $O(N^2)$

Folosim aceeaasi dinamica de la solutia anterioara, numai ca modificam modul de constructie al recurentei. Vom considera si sumele partiale ale secventei, notate prin vectorul $sum[]$.

Presupunem ca suntem la un element i .

1. Putem sa consideram solutia de la pasul anterior si sa nu facem nimic cu elementul i .

- $dp[i][j] = dp[i-1][j];$

2. Daca i este un element nevirusat, atunci putem sa devirusam elemente din stanga lui. Vom considera toti indicii $k < i$ si vom devirusa toata secventa $[k..i-1]$.

- $dp[i][j] = \min(dp[i][j], dp[k][j - (i - k - 1)] + sum[i] - sum[k]);$

Observam ca nu are rost sa mergem cu k -ul decat pana la primul element nevirusat initial din stanga lui i . Sa notam aceasta pozitie cu **last**. Toate celelalte elemente ar putea fi devirusate de **last**.

3. Daca i este un element virusat, atunci putem sa il devirusam cu un element nevirusat initial din stanga lui, mai exact cel mai din dreapta element nevirusat initial $< i$. Sa notam aceasta pozitie cu **last**. Practic vom devirusa toate elementele de la **last + 1** la i .

- $dp[i][j] = \min(dp[i][j], dp[last][j - (i - last)] + sum[i] - sum[last]);$

Observam ca e de ajuns sa consideram doar devirusarea cu un element nevirusat initial din stanga lui i . Cazul in care elementul i va fi devirusat de un element din dreapta lui este acoperit de punctul anterior.

Fiecare element va fi parcurs de maxim 2 ori pentru fiecare j posibil, complexitatea amortizandu-se la $O(N^2)$.