Arhipelag – soluții

În descrierea soluției, C(x, y) reprezintă o celulă aflată pe linia x și coloana y, iar D(x1, y1, x2, y2) reprezintă o insulă care are colțul stânga sus în (x1, y1) și colțul dreapta jos în (x2, y2).

<u>Soluția 1</u> (15 puncte)

Se iterează toate celulele care conțin apă și pentru fiecare dintre acestea se calculează suma distanțelor către toate insulele. Distanța dintre o celulă C si o insulă se calculează iterând toate celulele care aparțin insulei și păstrând distanța Manhattan minimă dintre o astfel de celulă și celula C.

Complexitate: O(N^2 * M^2).

<u>Soluția 2</u> (35 de puncte)

Se procedează asemanator ca în soluția 1, observând faptul că distanța dintre o celulă C(x, y) și o insulă D(x1, y1, x2, y2) se poate calcula in O(1) astfel:

Dist(C, D) = dx + dy, unde:

- dx =
  - x1 – x, dacă x < x1
  - x – x2, dacă x > x2
  - 0, altfel
- dy =
  - y1 – y, dacă y < y1
  - y – y2, dacă y > y2
  - 0, altfel

Complexitate: O(N * M * NR_INSULE)

<u>Soluția 3</u> (55 de puncte)

Se observă faptul că pentru o celulă C(x, y), avem două costuri asociate: costul implicat de alegerea liniei x și costul implicat de alegerea coloanei y; aceste două costuri sunt independente (nu depind unul de celălalt). Astfel, se precalculează 2 vectori total_dx[x] (1 <= x <= N) și total_dy[y] (1 <= y <= M), reprezentând costul asociat cu alegerea liniei x, respectiv a coloanei y, iar apoi se iterează toate celulele care conțin apă și se alege cea care are total_dx + total_dy minim.

Valoarea total_dx[x] se calculează astfel: se itereaza toate insulele, iar pentru fiecare insulă D(x1, y1, x2, y2), se adaugă la total_dx[x] valoarea dx, definită la fel ca in solutia 2. Analog, se calculează valorile total_dy[y].

Complexitate: O(N * NR_INSULE + M * NR_INSULE)

<u>Solutia 4</u> (100 de puncte)

Se procedează asemănător ca în soluția 3, cu excepția modalității de calculare a vectorilor total_dx[x] și total_dy[y].

Cum se calculează total_dx[x] (total_dy[y] se calculează in mod similar):

- se calculează intervalele închise [x1[i], x2[i]], liniile pe care se intinde insula i
- total_dx[1] se calculează ca în soluția 3, în O(NR_INSULE)
- se iterează x de la 2 la N, la fiecare pas ținând minte 2 variabile:
  - a – câte intervale [x1, x2] cu proprietatea că x2 < x există
  - b – câte intervale [x1, x2] cu proprietatea că x < x1 există

Pentru x > 1, total_dx[x] = total_dx[x - 1] - b + a (folosind valoarea b de la pasul precedent și a-ul curent; intuitiv, cele b intervale de la dreapta se aproprie cu 1 fata de x-ul curent, deci se scad b * 1 din costul total, iar cele a aflate la stanga, inclusiv cele care tocmai au ramas în spatele lui x – de aceea “a-ul curent” – se departează cu 1, deci se adaugă a * 1 la costul total).

Valorile a și b se pot calcula simplu, in O(1) la fiecare pas, folosind niște vectori
în care marcăm unde începe, respectiv unde se termină, un interval.

Complexitate: O(N * M)