

## Problema order

Autor: Panaete Adrian - Colegiul National "A. T. Laurian" Botosani"

Se observa ca sirurile cu suma termenilor  $S+1$  se pot obtine in ordine din sirurile cu suma termenilor  $S$  astfel:

Prima data se trec sirurile de suma  $S$  la care se ataseaza valoarea 1 la inceput.

Apoi se trec sirurile de suma  $S$  la care se aduna 1 la primul termen.

De exemplu, sa consideram cele 4 siruri suma  $S=3$  in ordine lexicografica.

[1,1,1]

[1,2]

[2,1]

[3]

si cele de suma  $S+1 = 4$

[1,1,1,1]

[1,1,2]

[1,2,1]

[1,3]

[2,1,1]

[2,2]

[3,1]

[4]

Se observa ca primele 4 sunt exact cele de la  $S = 3$  cu un 1 atasat la inceput iar ultimele 4 sunt obtinute din cele de la  $S=3$  adunând o unitate la primul termen.

Se deduce foarte usor ca avem un sir pentru  $S=1$ , doua siruri pentru  $S=2$ , 4 siruri pentru  $S=3$ , si in general  $2^{(S-1)}$  siruri de suma  $S$ .

De aici se observa ca pentru un sir de suma  $S$  pozitia va fi un numar care se reprezinta pe  $S$  biti in baza 2.

Se poate deduce de aici o legatura bijectiva intre sir si reprezentarea binara a pozitiei acestuia.

Cel mai simplu se observa aceasta bijectie pe exemple:

Fie sirul [ 3, 4, 1, 5, 2, 1, 3 ]. Suma termenilor sirului este 20

Scrierea binara a pozitiei  $p$  asociata acestui sir este un numar pe 20 de biti mai precis

11101110011111010011.

Consider descompunerea in secvente cu lungimi exact termenii sirului.

[111] [0111] [0] [01111] [01] [0] [011] .

schimb primul bit 1 in 0 si obtin:

[011] [0111] [0] [01111] [01] [0] [011]

se remarca faptul ca fiecare secventa are o forma caracteristica valorii corespunzatoare din sir .

Mai precis daca in sir avem o valoare  $x$  in reprezentarea binara vom avea o secventa formata dintr-un 0 si  $x-1$  de 1.

1->0  
2->01  
3->011  
...

Astfel conversia din pozitie in sir si invers este realizata astfel:

Daca avem sirul concatenam codificarile binare ale termenilor si formam scrierea binara a pozitiei (bineinteles nu uitam sa adaugam unbit suplimentar la inceput.

Invers daca avem pozitia descompunem aceasta pozitie in secvente binare formate dintr-un 0 si orice valoare de 1 care urmeaza si astfel determinam exact elementele din sir.

Bijectia este evidenta: Atat sirurile de lungime  $S$  cat si numerele pe  $S$  biti sunt in numar de  $2^S$ . Ordinea intre multimi si secventele binare care le codifica se pastreaza. Motivul e ca daca se compara doua multimi acestea vor genera secvente binare cu atat mai mari cu cat pozitia in sortarea pe criteriile indicate in enunt este mai mare.