

## Problema incurcatura – descriere soluție

*Autori: Răzvan Sălăjan, Eugenie-Daniel Posdărăscu, Lucian Bicsi*

*Soluție: Lucian Bicsi*

O primă observație este că, pentru fiecare muchie  $(a, b)$  din graf pentru care nu există inversa acesteia (muchia  $(b, a)$ ), deducem că unul din nodurile  $a$  sau  $b$  sunt “greșite”. Să tragem o muchie (neorientată) de la  $a$  la  $b$  pentru fiecare relație de tipul “ $a$  sau  $b$  este greșit”, obținând astfel un graf  $G'$ .

Pe noul graf creat, este suficient și necesar să găsim unul (respectiv două) noduri a căror eliminare, împreună cu muchiile adiacente, vor determina ca graful rezultat să nu mai conțină muchii. În literatura de specialitate, o mulțime de noduri cu această proprietate se numește *vertex cover*.

Cu toate acestea, nu avem nevoie de noțiuni de teorie a grafului pentru a rezolva problema. Se observă că, pentru ca eliminarea un nod să producă un graf fără muchii, este suficient și necesar ca **gradul maxim al unui nod din graf să fie egal cu numărul de muchii al grafului**. Pentru două noduri, putem să considerăm pe rând fiecare nod ca fiind unul din cele greșite, să îl eliminăm și, mai apoi, să verificăm dacă gradul maxim în graful rezultat este egal cu numărul de noduri.

Simularea se poate face într-o complexitate bună folosind structuri care mențin dinamic **gradul maxim** în graf (e.g. `set`, `max-heap`). Complexitatea finală este  $O((n + m) \log(n + m))$  sau  $O(n + m)$ , în funcție de implementare, ambele soluții obținând 100 de puncte.

Există inclusiv soluții analitice (bazate pe tratarea unor cazuri particulare, în funcție de gradele nodurilor în graful  $G'$ ), care, analizate cu atenție, obțin tot punctaj maxim, în complexități egale cu cea a citirii grafului.