



Multisum – Rodica Pinte

Putem scrie orice descompunere pentru un număr N :

$$a + a*k_1 + a*k_1*k_2 + a*k_1*k_2*k_3 + a*k_1*k_2*k_3*k_4 + \dots = a*(1 + k_1 + k_1*k_2 + k_1*k_2*k_3 + k_1*k_2*k_3*k_4 + \dots)$$

Se observă că $1 + k_1 + k_1*k_2 + k_1*k_2*k_3 + k_1*k_2*k_3*k_4 + \dots$ este și ea o descompunere validă pentru numărul N/a , unde a este un divizor al lui N .

În același timp, orice descompunere de forma $M = 1 + k_1 + k_1*k_2 + k_1*k_2*k_3 + k_1*k_2*k_3*k_4 + \dots$ se poate scrie $1 + k_1*(k_2 + k_2*k_3 + k_2*k_3*k_4 + \dots)$.

Se observă că expresia $k_2 + k_2*k_3 + k_2*k_3*k_4 + \dots$ este și ea o descompunere validă a numărului $(M-1)/k_1$, unde k_1 este un divizor al lui $M-1$.

Pentru a rezolva toate seturile de date, vom calcula iterativ lungimile maxime ale tuturor descompunerilor numerelor N de la 3 până la $BMAX=100\,000$ cu formula:

$$LMAX[i] = \max \left\{ \begin{array}{l} \max\{LMAX[N/a] \text{ pentru orice divizor } a \text{ al lui } N\} \\ \max\{LMAX[(N-1)/b] \text{ pentru orice divizor } b \text{ al lui } N-1\} \end{array} \right.$$

Soluția de circa 70 puncte (complexitate $O(BMAX*\sqrt{BMAX})$)

Se determină divizorii lui N în complexitate \sqrt{N} .

Pentru cerința 3, putem determina recursiv un șir de elemente de maximum $\log(i)$ valori, șir a cărui sumă este i și respectă proprietatea din enunț. Fie $Sol(i)$ funcția recursivă corespunzătoare. O soluție optimizată va sesiza dacă $Sol(j)$ necesar la un moment dat a mai fost apelat anterior și va refolosi răspunsul calculat anterior, în locul apelului recursiv. Complexitatea de memorie în acest caz este $O(BMAX*\log(BMAX))$.

Soluția de 100 puncte (complexitate $O(BMAX*\sqrt{BMAX})/\log(BMAX) + BMAX*\log(BMAX)$) – Patrick Sava

Se poate optimiza soluția precedentă, observând că nu este nevoie de toți divizorii lui N , fiind necesari doar cei primi care se pot precalcuła folosind ciurul lui Eratostene.

Soluția de 100 puncte (complexitate $O(BMAX*\log(BMAX))$) – Maria Smaranda Pandele/Adrian Budău

Pentru orice i , se actualizează valorile $LMAX[i*k]$ și $LMAX[i*k+1]$, $i*k$ reprezentând toți multiplii lui i mai mici sau egali cu $BMAX$. Determinarea răspunsului la cerința 3 presupune memorarea pentru fiecare număr N , împreună cu lungimea maximă a divizorului optim și a indicelui în sortarea lexicografică a tuturor numerelor care au aceeași lungime ca și N . Este nevoie de o implementare atentă întrucât divizorul optim trebuie întâi calculat doar pentru descompunerile de forma $1 + k_1 * (1 + k_2 * \dots (1 + k_x))$, și apoi, dacă nu există, să se calculeze pentru descompunerile de forma $k_1 * (1 + k_2 * (1 + k_3 * \dots (1 + k_x)))$.

Determinarea răspunsurilor la cerințele 1 și 2 se face parcurgând intervalele $[a, b]$ ale lui $LMAX$.