

# Solutie problema Sushi

## Autor

Vlad Gavrilă – Universitatea Cambridge – Anglia

Daniel Posdarascu – Imperial College - Anglia

Observăm că traseul parcurs de sushi este o parcurgere Euleriană a arborelui unde benzile sunt muchii, iar mesele noduri.

## Solutie $O(N * M)$ 40

Luăm fiecare produs și simulăm parcurgerea sa, actualizând timpul maxim în care ajunge un produs la o masă. Avem  $M$  produse și  $2 * N$  benzi în parcurgere, deci complexitatea este  $O(N * M)$

## Solutie $O(N \log N)$ 100

Dacă ne fixăm un nod, trebuie să calculăm pentru subsecvențele dintre 2 apariții consecutive ale nodului în parcurgerea Euleriană timpul maxim la care produsul ajunge în următoarea apariție a nodului.

Presupunând că pozițiile subsecvenței le considerăm în ordine crescătoare, produsul care ajunge ultimul va fi cel care are timpul de apariție + distanța până la următoarea apariție a nodului maximă. Distanța poate fi calculată ca poziția nodului - poziția produsului. Întrucât poziția nodului este fixată pentru o subsecvență, ne interesează doar timpul de apariție - poziția produsului maximă. Pentru a calcula aceste maxime pe subsecvențe putem folosi fie un RMQ, fie un arbore de intervale sau o structură de date asemănătoare.

În ambele situații complexitatea este  $O(N \log N)$ . Implementată cu grijă, această soluție ia 100 de puncte.

## Solutie $O(N)$ 100

Calculăm pentru fiecare nod timpul maxim la care un produs va ajunge acolo. Fixăm arbitrar rădăcina arborelui iar apoi calculăm  $D[i]$  = timpul maxim la care un preparat va ajunge în nodul  $i$  din subarbore și  $E[i]$  = timpul maxim la care un preparat va ieși din subarbore. Astfel,  $D[nod] = \max(E[fiu] + 1)$  sau produsul care apare cel mai târziu în nodul nod. Pentru a calcula  $E[nod]$ , luăm în considerare produsele care apar în nodul nod și se duc în subarbore, cât și  $E[fiu] + \text{numărul de muchii ce trebuie parcurse după subarboarele acestui fiu}$ . În primul caz putem precalcule pe măsura ce ni se dau produsele folosindu-ne de timpurile de intrare și ieșire ai nodurilor, iar în al doilea caz numărul de muchii ce trebuie parcurse le putem calcula ușor în funcție de numărul de noduri din subarborii la dreapta subarborelui fixat folosind sume parțiale.

Mai rămâne acum pentru un nod să calculăm timpul maxim la care ajunge un produs din afara subarborelui său. Astfel, dacă stim poziția de intrare și cea de ieșire a unui nod în parcurgerea Euleriană, produsul care va ajunge ultimul va fi cel care are timpul de apariție + distanța în parcurgere față de nodul curent maximă. Aceste valori pot fi precalculate cu sume parțiale de prefixe și sufixe pe șirul produselor în ordinea parcurgerii Euleriene în  $O(N)$ .

Astfel, pentru fiecare nod soluția va fi maximumul dintre cele 2 valori calculate independent. Complexitate finală:  $O(N)$ .