

Observam ca traseul parcurs de sushi este o parcurgere Euleriana a arborelui unde benzile sunt muchii, iar mesele noduri.

Solutie $O(N * M)$ 40

Luam fiecare produs si simulam parcurgerea sa, actualizand timpul maxim in care ajunge un produs la o masa. Avem M produse si $2 * N$ benzi in parcurgere, deci complexitatea este $O(N * M)$

Solutie $O(N \log N)$ 100

Daca ne fixam un nod, trebuie sa calculam pentru subsecventele dintre 2 aparitii consecutive ale nodului in parcurgerea Euleriana timpul maxim la care produsul ajunge in urmatoarea aparitie a nodului.

Presupunand ca pozitiile subsecventei le consideram in ordine crescatoare, produsul care ajunge ultimul va fi cel ce are timpul de aparitie + distanta pana la urmatoarea aparitie a nodului maxima. Distanța poate fi calculata ca pozitia nodului - pozitia produsului. Intrucat pozitia nodului este fixata pentru o subsecventa, ne intereseaza doar timpul de aparitie - pozitia produsului maxima. Pentru a calcula aceste maxime pe subsecvente putem folosi fie un RMQ, fie un arbore de intervale sau o structura de date asemanatoare.

In ambele situatii complexitatea este $O(N \log N)$. Implementata cu grija, aceasta solutie ia 100 de puncte.

Solutie $O(N)$ 100

Calculam pentru fiecare nod timpul maxim la care un produs va ajunge acolo. Fixam arbitrar radacina arborelui iar apoi calculam $D[i]$ = timpul maxim la care un preparat va ajunge in nodul i din subarbore si $E[i]$ = timpul maxim la care un preparat va iesi din subarbore. Astfel, $D[nod] = \max(E[fiu] + 1)$ sau produsul care apare cel mai tarziu in nodul nod. Pentru a calcula $E[nod]$, luam in considerare produsele ce apar in nodul nod si se duc in subarbore, cat si $E[fiu] + \text{numarul de muchii ce trebuie parcurse dupa subarboarele acestui fiu}$. In primul caz putem precalcuła pe masura ce ni se dau produsele folosindu-ne de timpii de intrare si iesire ai nodurilor, iar in al doilea caz numarul de muchii ce trebuie parcurse le putem calcula usor in functie de numarul de noduri din subarborii la dreapta subarborelui fixat folosind sume parțiale.

Mai ramane acum pentru un nod sa calculam timpul maxim la care ajunge un produs din afara subarborelui sau. Astfel, daca stim pozitia de intrare si cea de iesire a unui nod in parcurgerea Euleriana, produsul ce va ajunge ultimul va fi cel care are timpul de aparitie + distanta in parcurgere fata de nodul curent maxima. Aceste valori pot fi precalculate cu sume partiale de prefixe si sufixe pe sirul produselor in ordinea parcurgerii Euleriene in $O(N)$.

Astfel, pentru fiecare nod solutia va fi maximul dintre cele 2 valori calculate independent. Complexitate finala: $O(N)$.