

### **Problema 3 *tnia***

#### **Solutie pentru 15 puncte:**

Putem construi initial intreaga matrice. Pentru fiecare query (intrebare), parcurgem submatricea si facem suma elementelor.

Complexitate:  $O(N^2 * Q)$

#### **Solutie pentru 31 de puncte:**

Construim matricea si facem sume parțiale pe aceasta:

**Suma\_partiala[i][j]** = suma numerelor din dreptunghiul determinat de coltul stânga-jos (1,1) si dreapta-sus (i,j). Aceasta se poate calcula: **suma\_partiala[i][j] = suma\_partiala[i - 1][j] + suma\_partiala[i][j - 1] - suma\_partiala[i - 1][j - 1] + valoare\_matrice[i][j]**

Pentru fiecare query putem folosi aceste sume parțiale pentru a raspunde in  $O(1)$ .

Complexitate:  $O(N^2 + Q)$

#### **Solutie pentru 47 de puncte:**

Parcurgem fiecare coloana din intervalul submatricei ceruta in query. Daca înălțimea este prea mica si se afla sub submatrice, suma pe coloana respectivă este 0. Daca înălțimea este prea mare și cuprinde întreaga submatrice, fiecare element din acea coloana este 1 (deci  $D - B + 1$ ). Dacă înălțimea se afla undeva in submatrice (in interior), adunam la răspuns doar intervalul de linii cu valoarea 1 ( $height[coloana] - B + 1$ ).

Complexitate:  $O(Q * N)$

#### **Solutie pentru 100 de puncte:**

Analizand soluția in  $O(Q * N)$  observăm ca avem 3 tipuri de înălțimi:

- Înălțimi care se afla sub matricea din query: acestea contribuie cu 0 la suma
- Înălțimi care acopera complet matricea din query: acestea contribuie complet pe intervalul  $[B, D]$
- Înălțimi care contribuie partial.

Din moment ce inaltimele sunt date in ordine crescatoare, putem determina cu ajutorul a doua cautari binare, intervalul inaltimilor “mici” care nu contribuie cu nimic, intervalul inaltimilor “mari” la care ne intereseaza doar cate sunt si adunam  $(D - B + 1) * cate\_sunt$ , respectiv intervalul inaltimilor “medii”. Ramane de vazut cum calculam suma cu care contribuie inaltimele intervalului partial. Din moment ce toate aceste inaltimi se afla in intervalul  $[B, D]$ , observam ca raspunsul este  $Suma(height[i] - B + 1)$ , pentru fiecare  $i$  din acest interval. Aceasta suma se poate scrie si ca  $Suma(height[i]) - (B - 1) * nr$ , unde  $nr$  este numarul elementelor din interval.  $Suma(height[i])$  se poate calcula cu ajutor unor sume parțiale pe vectorul de inaltimi.

Complexitate:  $O(N \log N)$

