

Problema Calafat – descriere soluție

autor Denis-Gabriel Mită, Universitatea din București

Soluție $O(N^2 + M)$ / $O(N * M)$ - 20-30

Putem precalculeza răspunsurile pentru fiecare subsecvență posibilă și răspunde la queryuri în $O(1)$. Ne fixăm capătul stânga și incrementăm capătul dreapta al intervalului, menținând prima și ultima apariție a fiecărei valori, actualizând răspunsul la incrementarea capătului dreapta în $O(1)$.

Complexitatea acestei soluții este $O(N^2 + M)$.

Analog putem calcula soluția pentru un query în $O(N)$ cu o parcurgere a elementelor din subsecvență.

Complexitatea acestei soluții este $O(N * M)$.

Soluție $O(N + K * M * \log N)$ - 45

Definim K ca fiind numărul de valori distincte din șir.

Astfel, la un query, pentru fiecare valoare putem căuta binar prima și ultima apariție a acesteia în cadrul subsecvenței, ceea ce este suficient pentru a calcula suma dorită. Complexitatea finală este $O(N + K * M * \log N)$.

Soluție $O((N + M) * K)$ - 45

Definim K ca fiind numărul de valori distincte din șir.

Precalculeăm în complexitate $O(N * K)$ pentru fiecare poziție din șir ultima apariție a fiecărei valori de la stânga la dreapta și ultima apariție a fiecărei valori de la dreapta la stânga. Pentru un query, folosindu-ne de cele 2 precalculeări putem afla prima și ultima apariție a fiecărei valori în cadrul subsecvenței, ceea ce este suficient pentru a calcula suma dorită.

Complexitatea finală este $O((N + M) * K)$.

Soluție $O((N + M) * \sqrt{N})$ - 70

Împărțim șirul în bucăți de lungime \sqrt{N} și la un pas rezolvăm queryurile în complexitate $O(\sqrt{N})$, făcând și o parcurgere a șirului în complexitate $O(N)$. Dacă ne fixăm o bucată $[st, dr]$ de lungime \sqrt{N} , calculăm soluția pentru un query inclus în acest interval în complexitate $O(\sqrt{N})$.

Incrementăm un indice de la $dr + 1$ până la N și pe parcurs calculăm soluția pentru subsecvența $[dr + 1, i]$ și la fel ca în soluția precedentă menținem prima și ultima apariție a unei valori. Dacă găsim un query cu capătul dreapta în i și

capătul stânga în intervalul $[st, dr]$, putem decrementa capătul stânga ce momentan este $dr + 1$ și să calculăm soluția până când acesta va fi identic cu capătul stânga al queryului. Practic, vom actualiza prima apariție a valorilor, iar după ce terminăm de calculat asta trebuie să avem grijă să refacem primele apariții cum erau înainte de query și să resetăm actualul capăt stânga la poziția $dr + 1$. Deoarece pentru fiecare query tot ce facem este să decrementăm un indice de maxim \sqrt{N} ori, vom da răspunsul la query în complexitate $O(\sqrt{N})$. Astfel, pentru fiecare query calculăm răspunsul în $O(\sqrt{N})$, iar pentru fiecare bucată de lungime \sqrt{N} parcurgem $O(N)$ valori. Complexitatea finală este $O((N + M) * \sqrt{N})$.

Soluție $O(N \log N + M)$ - 100

O primă observație este că pentru o valoare fixată distanța maximă între prima și ultima sa apariție este suma distanțelor dintre aparițiile consecutive. Astfel, parcurgem șirul de la stânga la dreapta, iar când întâlnim o valoare actualizăm $A[\text{indicele ultimei apariții}]$ cu diferența dintre indicele curent și indicele ultimei apariții, și apoi actualizăm indicele ultimei apariții a acestei valori. Când întâlnim un query cu capătul dreapta în indicele curent, soluția va fi dată de $A[st] + A[st + 1] + \dots + A[dr]$, adică suma pe subsecvența $[st, dr]$ pe șirul A .

Atât un update cât și un query se pot face în complexitate $O(\log(N))$ folosind un arbore indexat binar / arbore de intervale sau o altă structură asemănătoare.

Complexitatea finală este $O(N \log N + M)$.