

Problema - Euro

Razvan Dan Salajan,
Universitatea „Babeș-Bolyai” Cluj-Napoca

Solutia 1. Complexitate $O(2^N \cdot N)$

Se fixeaza fiecare submultime de jucatori si se actualizeaza raspunsul pentru valoarea respectiva.

Solutia 2. Complexitate $O(N^3 \cdot V_{\max})$

Fie $dp[i][j] = 1/0$. 1-daca se poate forma un lot de jucatori de valoare exact j din primii i jucatori, 0 altfel.

Recurenta este :

$$dp[0][0] = 1;$$

$$dp[i][j] = dp[i-1][j];$$

$dp[i][j] = dp[i][j] \text{ OR } (\text{logic}) dp[i-1][j-a[i]]$, unde $a[i]$ reprezinta valoarea celui de-al i -lea jucator si
 $j \geq a[i]$.

Se sorteaza crescator jucatorii in functie de valoarea lor. Pentru fiecare subsecventa de jucatori din sirul sortat se verifica pentru fiecare valoare intre $[1, V_{\max}]$ daca se poate obtine. În cazul in care o putem obtine se actualizeaza coeficientul cu diferenta maxima din subsecventa curenta.

Solutia 3. Complexitate $O(N^2 \cdot V_{\max})$

Solutia se bazeaza pe solutia precedenta. Se observa ca putem construi dinamica de mai sus pentru un capat stang fixat in timp ce iteram prin posibilele pozitii ale capatului drept.

Solutie 4 (Denis-Gabriel Mita, Universitatea Bucuresti). Complexitate $O(N \cdot V_{\max} \cdot V_{\max})$

Sortam valorile crescator. Ne fixam suma pentru care vrem sa aflam solutia in $O(V_{\max})$. Acum, daca avem minimul fixat, cat timp nu reusim sa formam suma dorita avansam cu maximul pana ce o obtinem. Daca am folosit la un moment de timp ultimul element al sirului si inca nu am obtinut suma dorita este clar ca nu mai avem solutie de aici incolo. Minimul il fixam incremental de la cel mai mic la cel mai mare. Pe parcurs, pentru a sti daca putem obtine suma dorita "adaugam" un element nou la rucsac si "scoatem" un element din rucsac. Astfel ne mentinem $D[i] =$ in cate feluri putem forma suma i cu actuala subsecventa de elemente. Atunci cand adaugam un element iteram prin sumele posibile in ordine descrescatoare si vom update noua suma din actuala (daca $D[i] \neq 0$, $D[i + x] = D[i + x] + D[i]$), iar atunci cand scoatem iteram in ordine crescatoare sumele, iar daca o suma poate fi obtinuta, inseamna ca am obtinut si suma + valoarea curenta, asa ca din noua suma scadem actuala ($D[i + x] = D[i + x] - D[i]$). Deoarece numarul de posibilitati poate fi foarte mare, ii putem retine restul la impartirea cu un numar prim mare. In practica este probabilitate foarte mica sa se intample ca numarul de posibilitati sa fie un multiplu de modulo selectat (in cazul nostru putem folosi lejer $10^9 + 7$ sau $10^9 + 9$).

Fixarea sumei este $O(V_{\max})$, parcurgerea subsecvențelor este $O(N)$, iar actualizarea rucsacului este $O(V_{\max})$. Complexitate finală $O(N * V_{\max} * V_{\max})$.

Solutia 5. Complexitate $O(N * V_{\max})$

Se sortează crescător jucătorii în funcție de valoarea lor.

Se construiește următoarea matrice $dp[i][j]$ = cea mai mare valoare minimă posibilă a unui lot de jucători de valoare exact j din primii i jucători.

Recurența este:

```
dp[i][j] = dp[i-1][j];  
dp[i][j] = max(dp[i][j], dp[i-1][j-a[i]]), unde a[i] reprezintă  
valoarea celui de-al i-lea jucător și  $j \geq a[i]$ .  
dp[i][a[i]] = a[i];
```

Fiind la jucătorul i și având fixată valoarea X încercăm să actualizăm coeficientul de aroganță cu coeficientul curent (care este $a[i] - dp[i][X]$).