
Problema transform – descriere soluție

Autor: Szabo Zoltan –Liceul Tehnologic „Petru Maior” Reghin

Soluția 1 - 75 de puncte

Vom încerca să transformăm fiecare matrice într-o formă „canonică”. O matrice care conține un singur ciclu poate fi adusă la următoarea formă scară:

11000...000

01100...000

00110...000

...

00000...011

10000...001

Vom aduce fiecare ciclu al matricii **B**, respectiv **A**, la forma sa canonică, iar acestea vor fi poziționate în matrice crescător după lungimea ciclurilor (ciclul de lungime minimă **L1** va ocupa primele **L1** linii și **L1** coloane, următorul ciclu de lungime minimă **L2** va ocupa următoarele **L2** linii și **L2** coloane etc.).

Pentru a transforma matricea **B** în matricea **A**, vom efectua mutările necesare pentru a aduce matricea **B** în forma canonică, apoi mutările necesare pentru a aduce matricea **A** în forma canonică, dar în ordine inversă.

Această soluție folosește cel mult **4N** mutări și are o complexitate de timp și spațiu de **O(N)**.

Soluția 2 - 100 de puncte

Vom folosi aceeași idee de la soluția anterioară, cu următoarea observație: după efectuarea tuturor mutărilor asupra matricii **B**, vom obține o anumită permutare a liniilor, respectiv coloanelor. Fiecare din aceste permutări poate fi obținută cu numai **N** mutări.

Astfel, scădem numărul total de mutări utilizate de la cel mult **4N** la cel mult **2N**. Complexitatea de timp și de spațiu este **O(N)**.

Soluția 3 - 100 de puncte

Observăm, că o interschimbare de linie și o interschimbare de coloană poate poziționa orice element al matricei pe orice altă coordonată. Iar apoi, dacă linia și coloana elementului fixat nu se va mai antrena în alte interschimbări, atunci elementul corespunzător nu se va mai mișca din loc.

Vom încerca să repoziționăm elementele matricei B în funcție de elementele matricei A.

Elementele de pe linii și coloane formează cicluri distincte cu lungimea totală N . Calculăm lungimea ciclurilor pentru fiecare linie din A respectiv B, apoi vom repoziționa elementele din B, folosindu-ne de doar de linii și coloane care aparțin unor cicluri de aceeași lungime.

Astfel fiecărui element aplicăm cel mult două interschimbări: una pe linie și una pe coloană, dar elementele fiind câte două pe linie și coloană, iar interschimbările le vom aplica înlănțuit, numărul total al operațiilor nu va depăși $2N$.

Complexitatea algoritmului, în funcție de implementare variază între $O(N)$ și $O(N\sqrt{N})$.