Problema - Turnuri

Autor: Adrian BUDĂU, student la Universitatea Bucuresti

Descrierea soluţiei

Pentru 30 de puncte soluţia este foarte simplă. Pentru fiecare turn, se setează înălţimea acestuia la 0, iar apoi se calculează coeficientul de frumuseţe al fiecărui turn căutand S şi D corespunzator, iterativ (folosind while).

Acest algoritm are complexitate $O(N^3)$.

Pentru 60 de puncte, una din metode este imbunatatirea algoritmului care calculeaza S si D corespunzator fiecarui turn, unde se va construi restaurantul.
Aceasta se poate face folosind o stiva in care memorăm indicii turnurilor care inca nu si-au gasit D-ul corespunzator, pana la pasul curent.
Este evident ca turnurile acestea sunt pastrate in ordine descrescatoare dupa numarul de etaje:
 - Fie doua turnuri i, j cu i < j. Daca numarul de etaje a lui j este mai mare ca cel al lui i, D-ul corespunzator pentru i este j.

Atunci cand suntem la turnul i, scoatem din stiva toate turnurile cu mai putine etaje decât turnul i (deoarece D-ul lor corespunzator va fi i - 1) si introducem in stiva valoarea i. In acest moment se poate afla si S-ul corespunzător pentru turnul i (este k + 1 unde k este turnul din stiva aflat sub i).

Intrucat un element poate fi introdus cel mult o data si sters din stiva cel mult o data atunci complexitatea calcularii lui S si D este O(N) si, deoarece trebuie fixat locul unde se construieste restaurantul, complexitatea finala devine $O(N^2)$.

O alta metoda de a obtine 60 de puncte, este de a calcula frumusetea originala (ca la solutia de 30 de puncte) si apoi, pentru fiecare turn, sa se calculeze cu cat s-ar schimba frumusetea daca acesta ar deveni restaurant.
Daca restaurantul se va construi in locul turnului i, atunci frumusetea totala va scadea cu frumusetea lui i - 1 (deoarece frumusetea restaurantului este 1), dar pentru fiecare turn X, care il avea pe i ca D + 1, frumusetea va creste. Asemanator si pentru fiecare turn Y care il avea pe i ca S - 1.
Pentru un astfel de turn X daca notam cu S2 turnul cel mai apropiat din stanga astfel incat exista cel mult un turn mai inalt de la S2 la X, si cu D2 turnul cel mai apropiat din dreapta asfel incat exista cel mult un turn mai inalt de la X la D2.
Daca in locul lui D + 1 corespunzator lui X s-ar construi un restaurant, atunci frumusetea ar creste cu D2 - D.

Pentru a afla pe D2 si S2, se poate proceda ca la solutia de 30 de puncte. Se cauta iterativ S si D pentru o pozitie X, iar apoi continuand de la aceste pozitii se cauta tot iterativ S2 si D2. Complexitatea acestei solutii este tot $O(N^2)$ desi in practica se comporta mai bine decât cea anterioară.
Ea va obtine tot 60 de puncte.

Pentru solutia de 90 de puncte se pot folosi ambele solutii de 60 de puncte. Se poate folosi tehnica cu stive de la prima solutie, pentru a afla pe S, D, S2 si D2, iar apoi cu formulele de la a doua solutie sa se determine raspunsul.
S si D se obtin in mod direct, la fel ca la solutia de 60 de puncte, insa S2 si D2 sunt mai speciale. Pentru ele se poate tine o a doua stiva, in care se mentin elementele din sir pentru care s-a calculat D, dar nu s-a calculat D2. Atunci cand se scot elemente din prima stiva, se pun in a doua stiva. Trebuie insa avut grija pentru ca elementele fiind scoase din varful primei stivei, se obtin in ordine crescatoare a numarului de etaje, iar in a doua stiva ar trebui introduse in ordine descrescatoare. Trebuiesc eliminate toate, si apoi introduse toate in a doua stiva in ordinea corecta (nu este necesara o sortare, doar sa fie parcurse in ordinea potrivita).