



Puzzle - Cristina Anton, Adrian Budău

O observație necesară oricărei soluții mai eficiente este ca o dată aliniată la dreapta cele trei numere dintr-un puzzle, fiecare coloană este oarecum independentă de restul. Tot ce contează pentru o coloană este dacă s-a făcut sau nu transport de la coloana anterioară și dacă se face sau nu transport pe coloana următoare.

De exemplu pentru:

2*
7*
10*

Se știe că cu siguranță trebuie să se facă transport de pe a doua coloană din dreapta spre stânga spre a treia din dreapta spre stânga, și din acest motiv are nevoie de transport de la prima coloană din dreapta. Nu este important ce combinație de cifre s-a ales ca rezultat pentru prima coloană din dreapta, e important doar să aibă transport.

Pentru 40 de puncte - $N \leq 1.000$ - $O(N * \Sigma^2 + N^2)$, $\Sigma = 10$ în această problemă, deoarece baza în care se lucrează este 10

Se poate menține parcurgând de la dreapta la stânga coloanele, o soluție (dacă există) pentru care se face transport la coloana următoare, și una pentru care nu se face transport (tot dacă există).

Pentru exemplul de mai sus o soluție pentru prima coloană care face transport este

9
5
4
și una care nu face transport este
1
2
3

Pentru a doua coloană o soluție în care se face transport se poate obține doar din una care face transport de pe prima coloană și deci este

29
75
04

iar una care nu face transport nu există.

Pentru ce-a de-a treia coloană, o soluție care face transport nu există, iar una care nu face transport este:

29
75
104



Dupa acest procedeu se poate rezolva orice puzzle, și deci complexitatea finală este:

$$O(N * \Sigma^2 + N^2)$$

- $N * \Sigma^2$ pentru că pe fiecare coloană se încearcă orice cifră posibilă pentru primul număr (daca e *), orice cifra posibilă pentru al doilea număr (tot daca e *) și dacă este sau nu transport de la coloana precedenta si se verifică dacă se potrivește peste puzzle
- N^2 pentru ca la fiecare coloana, avem o soluție de lungime cel mult N în fața careia se adaugă o coloana nouă

Pentru 65 de puncte - $N \leq 20.000$ - $O(N * \Sigma^2)$, $\Sigma = 10$ în această problema, deoarece baza în care se lucrează este 10

Se poate scăpa de bucată de N^2 observând ca în loc sa se mențină efectiv soluția la fiecare pas, se poate ține minte doar cum s-a obținut soluția pana la coloana respectiva (ce cifra s-a ales pentru fiecare număr și cu ce transport din coloana anterioara s-a obținut), si nu soluția însăși și la final sa se plece de pe prima coloană si să se reconstruiască recursiv soluția.

Pentru 100 de puncte - $O(N + \Sigma^3)$

Observația care duce la soluția de 100 de puncte este că pentru majoritatea coloanelor (mai puțin cele în care se afla prima cifra a unuia din cele 3 numere) se poate precalcuła exact cum s-ar putea obține soluția pe acea coloana cu sau fara transport de la coloana anterioară, și cu sau fără transport spre coloana următoare. Precalcularea se poate face în $O(\Sigma^3)$, iar apoi complexitatea soluție este $O(N)$.