

Civilizație – descrierea soluției

Autor prof. Marcel Drăgan

Soluția 1 – cerința 1

Considerăm un tablou bidimensional, în care fiecare hectar este un element al tabloului. În acest tablou considerăm coordonatele de origine ale orașului în mijlocul tabloului.

pentru $t=1$ coordonatele noilor cartiere sunt chiar coordonatele inițiale;

pentru $t=2$ coordonatele noilor cartiere sunt date de: $|x-x_0|+|y-y_0|=1$;

pentru $t=3$ coordonatele noilor cartiere sunt date de: $|x-x_0|+|y-y_0|=2$;

...

pentru cazul general $|x-x_0|+|y-y_0|=t-1$;

Pentru a calcula dimensiunea suprafeței parcurgem tabloul bidimensional și contorizăm elemente care respectă condiția:

$$|x-x_0|+|y-y_0|+|z-z_0| \leq t-1.$$

Se observă că nu avem nevoie efectivă de tabloul tridimensional, pentru că totul se reduce la relații între coordonate.

Soluția 2 – cerința 1

Analizând structura obținută observăm că pentru fiecare valoare a lui t se formează structuri în formă de romb cu numărul de cuburi egal cu suma termenilor unei progresii aritmetice cu rația 4:

pentru $t=1$ avem un singur cub;

pentru $t=2$ avem cubul anterior în jurul căruia s-au adăugat încă 4: $1+4$;

pentru $t=3$ avem cuburile anterioare în jurul căruia s-au adăugat încă 8: $1+4+8$;

pentru $t=4$ avem cuburile anterioare în jurul căruia s-au adăugat încă 12: $1+4+8+12$;

...

În concluzie numărul de cuburi din fiecare romb se poate calcula după formula:

$$1+4+8+12+16+\dots+4(k-1)=$$

$$1+4(1+2+3+4+\dots+k-1)=$$

$$1+4k(k-1)/2=$$

$$1+2k(k-1)$$

Cerința 2

Varianta 1

Folosim un tablou bidimensional de dimensiune $N \times N$ în care reținem după câți ani s-ar întâlni orașele două câte două ignorându-le pe toate celelalte (inițial punctul de întâlnire va fi la jumătatea drumului).

Folosim un tablou unidimensional de dimensiune N în care reținem cel mai mic număr de ani după care un oraș ar ajunge la una dintre margini.

Alegem pe baza acestor două tablouri orașele care se opresc primele și recalculăm momentele de întâlnire ale acestor orașe cu toate celelalte (întâlnirea nu va mai fi pentru toate la jumătatea drumului).

Reluăm acest procedeu cu cele rămase până când alegem toate civilizațiile.

Complexitate $O(N^3)$

Varianta 2

Pentru a reduce timpul de execuție folosim un tablou unidimensional în care reținem minimele pe linii. Aceste minime le actualizăm atunci când recalculăm momentele de întâlnire dintre orașele alese și celelalte orașe.