

Problema 1 - Livada - Descrierea soluției - Autor Prof. Mircea Lupșe-Turpan
Liceul Teoretic Grigore Moisil Timisoara

Problema se rezolvă prin căutarea soluției (căutare binară sau secvențială). Se caută cantitatea minimă de fructe culeasă dintr-un singur pom fructifer (se verifică pe rând valori posibile și se alege valoarea minimă care respectă restricțiile problemei).

Soluții parțiale 30 / 70 puncte

Odată fixată valoarea pentru cantitatea maximă de kg de fructe culese dintr-un singur pom, se determină cantitatea maximă de fructe care poate fi culeasă din întreaga livadă astfel încât să fie respectate restricțiile problemei.

Această valoare poate fi aflată dacă se determină pentru fiecare rând cantitatea maximă de fructe care poate fi culeasă din pomii de pe acel rând, însumând pe rând valorile de pe acest rând până la prima valoare mai mare decât valoarea fixată, și se memorează aceste valori într-un vector, care este apoi sortat descrescător. Este suficient un algoritm de sortare de complexitate $O(N^2)$.

Se însumează apoi primele R valori din vectorul sortat, această sumă reprezentând cantitatea maximă de fructe care pot fi adunate din livadă.

După determinarea cantității maxime care poate fi culeasă din întreaga livadă, se verifică dacă aceasta este cel puțin egală cu cantitatea C cerută în enunț.

O implementare a ideii de mai sus care folosește căutarea secvențială a soluției obține 30 puncte, complexitatea algoritmului fiind $O(N \cdot M \cdot \text{MaxVal})$, unde N e numărul de rânduri, M e numărul de pomi de pe fiecare rând, iar MaxVal e cea mai mare cantitate de fructe dintr-un singur pom.

O implementare a ideii de mai sus care folosește căutarea binară a soluției obține 70 puncte, complexitatea algoritmului fiind $O(N \cdot M \cdot \log \text{MaxVal})$.

Soluție 100 puncte

Este necesară precalcularea unor sume parțiale și maxime parțiale pentru fiecare rând.

Vom calcula pentru fiecare rând i :

$\text{Sum}[i][j]$ – Cantitatea de fructe din pomii numerotați de la 1 la j , de pe rândul i

$\text{Max}[i][j]$ – Cea mai mare cantitate de fructe dintr-unul din pomii numerotați de la 1 la j de pe rândul i

Folosind aceste sume parțiale, cantitatea maximă de fructe care poate fi culeasă de pe un rând i poate fi determinată prin căutarea binară a celei mai mari valori mai mici decât valoarea fixată de pe linia i a matricei Max (se observă că pe orice linie din matricea Max valorile sunt în ordine crescătoare) și reținerea valorii din linia i a matricei Sum .

În acest fel, operația de verificare a unei valori fixate pentru soluția problemei are complexitatea $O(N \cdot \log M)$, complexitatea determinării soluției devenind $O(N \cdot \log M \cdot \log \text{MaxVal})$, dar complexitatea algoritmului este totuși $O(N \cdot M)$ din cauza generării matricei.