Baraj 2- Juniori

Descrierea soluției - desc

Autor: prof. Ciprian Chesca

Grup Şcolar "Costin Neniţescu" Buzău

Varianta 1 (backtracking)

Pentru un număr prim p fixat, se utilizează metoda backtracking pentru a genera toate subşirurile crescătoare de exponenţi care conduc prin ridicare la putere şi însumare la numărul n.

În prealabil se precalculează numărul maxim al unui exponent care poate apărea într-o descompunere n(p), în funcţie de datele problemei (n<10000001).

Spre exemplu, 2 poate apărea la maxim puterea 23 într-o descompunere n(2), 3 la maxim puterea 14, etc...).

Această variantă asigură aproximativ 15% din punctaj.

Varianta 2 (backtracking + baze de numeratie)

Se observă că pentru p=2 descompunerea n(2) reprezintă de fapt transformarea numărului n din baza 10 în baza 2. Făcând această observaţie şi asociind cu faptul că varianta cu backtracking necesită pentru p=2 o înălţime a stivei maximă cât şi cele mai multe valori posibile pe stivă (cu alte cuvinte pentru p=2 varianta cu backtracking este cea mai nefavorabilă ca timp de execuţie) se alege o metodă hibridă între varianta 1 şi transformarea din baza 10 în baza 2 pentru p=2.

Această metodă asigură aproximativ 40-50% din punctaj.

Varianta 3 (Greedy)

Pentru un număr prim **p** fixat se determina factorul maxim f pentru care $p^f < n$. Se memorează acest factor şi apoi se reia procesul după ce am scăzut din n pe p^f. Se păstrează acele descompuneri la care toţi factorii sunt distincţi.

Varianta 4 (Greedy)

Pentru un număr prim **p** fixat ecuaţia

$p^{x_1} + p^{x_2} + \ldots + p^{x_k} = n$ poate fi rezolvată astfel :

În membrul stâng se dă factor comun p la $\min\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ iar membrul drept se descompune ca un produs de p la puterea w şi un număr m. Fie $t = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$

Ecuaţia devine : $p^t(p^{x_1-t} + p^{x_2-t} + \ldots + p^{x_k-t}) = p^w m$

De aici putem concluziona că t este chiar w deoarece p este prim, (atenţie că t poate fi şi 0) şi ecuaţia se transformă mai departe într-o ecuaţie identică, după ce din numărul m scădem 1, deoarece unul dintre termenii din paranteză are exponent 0. Este rezolvată în acest fel şi ordinea crescătoare a factorilor deoarece un exponent se calculează ca suma dintre un număr natural şi factorul precedent.

Această abordare este mai eficientă decât abordările anterioare din punctul de vedere a timpului de execuţie şi asigură 50% din punctaj.

Varianta 5 (Greedy + optimizare matematică)

Se poate demonstra matematic că nu poate exista o descompunere n(p) pentru care $\mathrm{sqrt}(n) < p < n-1$. Cu această observaţie se generează numere prime $\leq \mathrm{sqrt}(n)$ şi apoi se mai adaugă în vectorul de numere prime, dacă este cazul, n-1 sau n. Se continuă apoi rezolvarea utilizând ideea de la varianta 4.

Această abordare este mai eficientă decât toate abordările anterioare din punctul de vedere a timpului de execuţie şi asigură 100% din punctaj.